Methoden der
Psychologie

Prof. Dr. G. Meinhardt
6. Stock, Taubertsberg 2

R. 06-206 (Persike)
R. 06-214 (Meinhardt)

Sprechstunde jederzeit
nach Vereinbarung

Forschungsstatistik I

Dr. Malte Persike
persike@uni-mainz.de
http://psymet03.sowi.uni-mainz.de/

WS 2008/2009
Fachbereich Sozialwissenschaften
Psychologisches Institut
Johannes Gutenberg Universität Mainz

JOHANNES GUTENBERG UNIVERSITÄT MAINZ

Prinzip des Testens

α-Niveau

Hypothesen

Inferenzstatistik

Das Prinzip des statistischen Testens

- Die Prüfung eines beobachteten Kennwertes oder Datums erfordert stets dieselbe Abfolge von Schritten:

  1. Identifikation der **Wahrscheinlichkeitsverteilung** des Merkmals in der Population, aus der die Beobachtung stammt
  2. **Bestimmung** oder **Schätzung** der Parameter dieser Verteilung
  3. Bestimmung der kumulativen **Verteilungsfunktion**
  4. Berechnung der **Wahrscheinlichkeit** p, mit der die Beobachtung oder ein noch extremerer Wert zustande käme, gegeben, dass die angenommene Wahrscheinlichkeitsverteilung und ihre Parameter zutreffen

Inferenzstatistik

Kriterien

- Für die berechnete Wahrscheinlichkeit gibt es keine formal ableitbaren Grenzen des „noch Wahrscheinlichen"
- In der empirischen Statistik haben sich deshalb sich **Cut-Off Werte** von 5% und 1% etabliert. Diese werden auch als **Irrtumswahrscheinlichkeiten**, **Signifikanzniveau** oder **α-Fehler-Niveau** bezeichnet
- Ist das Signifikanzniveau angenommen, dass das D stammen kann, für die di Verteilungseigenschaften

Schreibe: „Es wird getestet auf einem Signifikanzniveau von …"

α = .05 oder
α = .01

- Die Irrtumswahrscheinlichkeit ist also diejenige Wk, mit der bei **zutreffender** Verteilungsannahme ein Wert x oder ein noch extremerer Wert beobachtet worden wäre

Hypothesen

In der wissenschaftlichen Forschung

Wissenschaftliche Vermutung über einen Sachverhalt

Aussage

Gegenaussage (komplementär)

A: Neue Unterrichtsmethode ist besser als die alte

¬A: Neue Unterrichtsmethode ist schlechter oder gleich gut

- Eine der beiden Hypothesen wird dabei als Nullhypothese (H_0) bezeichnet, die andere als Alternativhypothese (H_1).
- Die H_1 beschreibt dabei zumeist den gewünschten/erwarteten Sachverhalt.

Prinzip des Testens

α-Niveau

Hypothesen

Hypothesen

Gerichtetheit

A: Neue Unterrichtsmethode ist besser als die alte

¬A: Neue Unterrichtsmethode ist schlechter oder gleich gut

$$H_1: \mu_1 > \mu_0 \qquad H_0: \mu_1 \leq \mu_0$$

(gerichtet)

A: Neue Unterrichtsmethode hat andere Effekte als die alte

¬A: Neue Unterrichtsmethode ist gleich wirksam

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_0 \qquad H_0: \mu_1 = \mu_0$$

(ungerichtet)

Prinzip des Testens

α-Niveau

Hypothesen

Hypothesen

Prüfung gerichteter Hypothesen

Sei α ein vorgegebenes Signifikanzniveau (α = 0.05 oder α = 0.05) und z_0 der beobachtete z- Wert.

Regel 1 (**Überschreitungswahrscheinlichkeit**):

$$\text{Wenn} \quad P(z \geq z_0) < \alpha \quad \text{verwerfe } H_0$$

Regel 2 (Kritischer Wert $z_{1-\alpha}$):

$$\text{Wenn} \quad z_0 > z_{1-\alpha} \quad \text{verwerfe } H_0$$

Grundlage:

$$P(z_0 \leq z_{1-\alpha}) = 1 - \alpha$$

$$P(z_0 > z_{1-\alpha}) = \alpha$$

Bei einer **entgegengesetzt** gerichteten Hypothese (d.h. **Unterschreitungswahrscheinlichkeit**) sind die Vergleiche umzukehren.

Prinzip des Testens

α-Niveau

Hypothesen

Hypothesen

Prüfung ungerichteter Hypothesen

Sei α ein vorgegebenes Signifikanzniveau (α = 0.05 oder α = 0.05) und z_0 der beobachtete z- Wert.

Regel 1 (Überschreitungswahrscheinlichkeit):

$$\text{Wenn} \quad P\left(z \geq |z_0|\right) < \alpha \quad \text{verwerfe } H_0$$

Regel 2 (Kritischer Wert $z_{1-\alpha/2}$):

$$\text{Wenn} \quad |z_0| > z_{1-\alpha/2} \quad \text{verwerfe } H_0$$

Grundlage:

$$P\left(|z_0| \leq z_{1-\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(|z_0| > z_{1-\alpha/2}\right) = \alpha$$

Prinzip des Testens

α-Niveau

Hypothesen

Hypothesen

Fehler 1. und 2. Art bei der Prüfung

		In der Population gilt	
		H_0	H_1
Entscheidung aufgrund der Beobachtung für	H_0	Correct Rejection $P(H_0 \mid \mathrm{H}_0)$	Miss (Fehler 2. Art) $P(H_0 \mid \mathrm{H}_1)$
	H_1	False Alarm (Fehler 1. Art) $P(H_1 \mid \mathrm{H}_0)$	Hit $P(H_1 \mid \mathrm{H}_1)$

p(H_x | H_y) wird also direkt abgeleitet aus p(Beobachtung | H_y)

- Wir entscheiden uns für eine bestimmte Hypothese aufgrund der Wahrscheinlichkeit für eine Beobachtung, gegeben, dass eine Hypothese in der Population gilt.

Hypothesen

Fehler 1. und 2. Art bei der Prüfung

- Statistisch formuliert man:

  $p(\text{Beobachtung} \mid H_0) \leq .05\ (.01) \rightarrow$ (sehr) signifikant

- Der **Fehler 1. Art** wird auch als **α-Fehler** bezeichnet. Er beschreibt die Entscheidung für die Alternativhypothese, obwohl die Nullhypothese zutrifft.

- Der **Fehler 2. Art** wird auch als **β-Fehler** bezeichnet. Er beschreibt die Entscheidung für die Nullhypothese, obwohl die Alternativhypothese zutrifft

- Achtung: α- und β-Fehler sind **nicht direkt komplementär**. Die Veränderung des einen durch geeignete Maßnahmen führt nicht automatisch zu einer gegensinnigen und gleich hohen Veränderung des anderen.

Prinzip des Testens

α-Niveau

Hypothesen

Hypothesen

Interpretation der bedingten Wahrscheinlichkeiten

Die bedingte Wahrscheinlichkeit p(Ergebnis | $H_{0/1}$) ist **nicht**

- die Wahrscheinlichkeit **p(Ergebnis)**.
  Dies ist einfach die Grundwahrscheinlichkeit für die Beobachtung (bei stetigen ZV immer 0).

- die Wahrscheinlichkeit **$p(H_0)$** bzw. **$p(H_1) = 1 - p(H_0)$**.
  Die „wahre" H_0 und H_1 haben keine Wahrscheinlichkeit. Entweder trifft die eine oder die andere zu

- die Wahrscheinlichkeit **$p(H_{0/1}$ | Ergebnis)**.
  Dies ist eine so genannte Likelihood, die beschreibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit die H_0 anzunehmen ist, wenn das beobachtete Ergebnis gemessen wurde (Satz von Bayes)